Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тульский государственный университет»

Институт прикладной математики и компьютерных наук

Кафедра «Информационная безопасность»

**КУРСОВАЯ РАБОТА**

по дисциплине

«Математическая логика и теория алгоритмов»

на тему

«Алгебра высказываний и логика предикатов»

***Вариант №14***

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Выполнила: | ст. гр. 230711 | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (подпись) | Павлова В. С. |
| Проверил: | д. т. н, доц. каф. ИБ | \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_  (подпись) | Токарев В. Л. |

Тула, 2023 г.

**ЗАДАНИЕ**

на курсовую работу по дисциплине

«Математическая логика и теория алгоритмов»

Павловой Виктории Сергеевны

230711

студента гр. \_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Тема курсовой работы:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«Алгебра высказываний и логика предикатов»

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Параметры, определяемые проектируемым модулем, в соответствии с методическими указаниями.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Исходные данные:

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Согласно заданиям из варианта №14.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Задание получил \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

(подпись)

(ФИО)

Задание выдал \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

07 ноября 23

21.02.2023 г.

21.02.2023 г.

21.02.2023 г.

21.02.2023 г.

21.02.2023 г.

21.02.2023 г.

21.02.2023 г.

(ФИО)

(подпись)

Дата выдачи задания «\_\_» \_\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

График выполнения КР \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

в соответствии с методическими указаниями.

Рекомендации и особые отметки \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

«\_\_» \_\_\_\_\_\_\_\_20\_\_г

# **СОДЕРЖАНИЕ**

[ВВЕДЕНИЕ 4](#_Toc153536982)

[РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ 5](#_Toc153536983)

[ЗАКЛЮЧЕНИЕ 10](#_Toc153536984)

[СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 11](#_Toc153536985)

# **ВВЕДЕНИЕ**

В современном мире математическая логика занимает важное положение, предоставляя надежный инструментарий для анализа и формализации различных явлений. Актуальность рассматриваемой темы и решение практических задач по ней обоснована тем фактом, что с развитием информационных технологий и внедрением искусственного интеллекта во многие сферы жизни, понимание принципов математической логики становится важным для разработчиков алгоритмов и систем, работающих на логических принципах. В частности, в рамках вопросов информационной безопасности, в условиях роста киберугроз, математическая логика используется для формальной верификации программ, что позволяет выявлять и устранять ошибки и уязвимости. В области теории вычислений математическая логика используется для анализа сложности задач и разработки эффективных методов решения. В контексте машинного обучения и анализа данных, понимание логических структур и рассуждений оказывается полезным при создании алгоритмов для обработки и извлечения информации из больших объемов данных.

В рамках данной курсовой работы были рассмотрены основные аспекты данной предметной области и решены задачи на применение теоремы дедукции, доказательство справедливости выводимостей с использованием гипотез, приведение формул к конъюнктивной нормальной форме (КНФ), проверку выполнимости множества формул, а также использование метода резолюций для проверки истинности формул и доказательства противоречивости множества дизъюнктов с применением семантической резолюции. Эти методы не только предоставляют инструментарий для формальной логической обработки высказываний, но и обеспечивают понимание основных принципов, лежащих в основе математической логики, что является важным шагом в развитии логического мышления и математической грамотности.

# **РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ**

**Задание №1**. Доказать, что справедлива следующая выводимость, построив вывод формул из предложенной гипотезы:

**Решение**.

Данная выводимость справедлива исходя из 8-ой формулы эквивалентности логики предикатов:

,

откуда следует, что , ч.т.д.

**Задание №2.** Используя теорему дедукции, доказать следующую формулу:

**Решение.**

1. Г= {, }.
2. По правилу простого заключения:
3. По правилу силлогизма:
4. По теореме дедукции:
5. По теореме дедукции:

**Задание №3.** Доказать выводимость:

**Решение.**

1. Г= {}.
2. Согласно аксиоме 3:
3. Согласно аксиоме 4:
4. По правилу простого заключения:
5. По правилу простого заключения:
6. По правилу простого заключения:
7. По правилу простого заключения:
8. По обобщённой теореме дедукции:
9. По правилу простого заключения:

**Задание №4.** Привести формулу к КНФ:

**Решение.**

*=*

**Вывод**: в данном случае КНФ не существует.

**Задание №5.** Проверить, выполнимо ли множество формул:

**Решение.**

1. .
2. res(res(.
3. res(res(.

**Вывод**: множество формул выполнимо.

**Задание №6.** Проверить истинность формул методом резолюций:

**Решение.**

1. Имеем следующие формулы:

Таким образом, получим следующую запись: . Чтобы доказать истинность, необходимо доказать, что .

1. Приведём формулы к КНФ и избавимся от кванторов существования:

, *подстановка.*

, *подстановка* .

*, подстановка*

1. {}

.

.

*.*

res( =

res(

**Задание №7.** Задано множество дизъюнктов . Доказать с помощью семантической резолюции, что S противоречиво, если интерпретация .

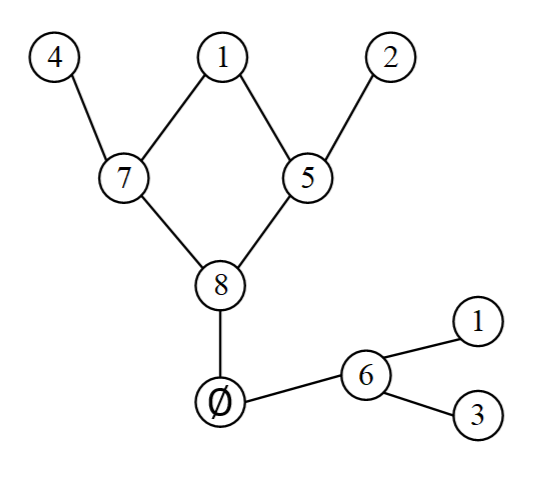
**Решение.**

1. 2) ; 3) ; 4)

(1, 2) (1, 3)

(1, 4) (5, 7) (6, 8)

Графически это можно изобразить следующим образом:



# **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

В ходе выполнения данной курсовой работы были решены задачи по следующим темам: доказательство формул с использованием теоремы дедукции, доказательство справедливости выводимостей с использованием гипотез, приведение формул к КНФ, проверка выполнимости множества формул, проверка истинности формул методом резолюций, доказательство противоречивости множества дизъюнктов с помощью семантической резолюции.

В процессе исследования было установлено, что использование данных методов не только способствует разрешению логических задач, но также способствует развитию абстрактного мышления и умения анализа. Работа позволила глубже понять принципы математической логики, раскрыв её роль в решении различных задач в информатике, искусственном интеллекте, формальных методах верификации и других областях.

Математическая логика играет ключевую роль в области искусственного интеллекта, предоставляя формальные методы для представления и решения задач, связанных с логическим выводом, рассуждением и обработкой информации, а также используется для формального доказательства корректности программ и проверки их безопасности. Это важно в критических автоматизированных системах, таких как медицинское оборудование, автомобили с автопилотом и промышленные управляющие системы. Математическая логика также находит применение в разработке алгоритмов машинного обучения, основанных на логическом выводе. Это включает в себя методы индуктивного обучения, где извлечение закономерностей из данных поддается формализации через математическую логику. Таким образом, данная область науки предоставляет строгие инструменты для создания более точных, надежных и эффективных систем.

# **СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ**

1. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / Т. О. Перемитина. – Томск : ФДО, ТУСУР, 2016. –132 с.
2. Изаак, Д. Д. Математическая логика: курс лекций / Д. Д. Изаак.– Орск: Типография «Бланк», 2013. – 78 с.
3. Элементы математической логики [текст] : Учебное пособие. / О.Ю. Агарева, Ю.В. Селиванов. — М.: МАТИ, 2008. — 52 с